



mathextender!

*thought by Async
written in L^AT_EX*

Essential note: gramatické chyby, nechť si každý opraví,— sám

1 Překombinované kombinace

Motto: *Když se k definicím nepíšou komentáře*

Neuspořádaný výběr bez opakování(kombinace). Nechť množina $M = \{m_1, m_2, \dots, m_{cardM}\}$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{cardX}\}$. Vybíráme z M do X tak, že nezáleží na pořadí prvků v X , prvek m_i může být v X nejvýše jednou. Počet takových různých $X \subset M$ je právě

$$c = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$n = cardM, k = cardX$, card udává počet prvků množiny.

Důvod je taký: Při prvním výběru máme n možností, tím že nesmíme prvky vracet klesá s každým dalším výběrem množství prvků v M o jeden tj. $(n-1)$. Nutno uvědomiti si, že takový počet odpovídá uspořádaným seriím X (k -ticím), záleží tedy na pořadí. My vyžadujeme aby nezáleželo na pořadí. Pokud již existuje jedna vybraná X , lze z této množiny odvodit právě $k!$ množin pouze záměnou prvků. Počet všech možností kdy záleží na pořadí tedy musíme vydělit počtem možných identických X .

vskip 0.2 in

Neuspořádaný výběr s opakování. Nechť množina $M = \{m_1, m_2, \dots, m_{cardM}\}$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{cardX}\}$. Vybíráme z M do X tak, že nezáleží na pořadí

prvků v X , X může obsahovat identické prvky m_i (prvky můžeme do M po výběru vracet). Počet takových různých $X \subset M$ je právě

$$c = \frac{(n+k-1)(n+k-2)(n+k-3)\dots n}{k!}$$

$n = \text{card } M$, $k = \text{card } X$, card udává počet prvků množiny.

Odvodzení je trochu složitější: Doporučuji brát axiom jako možné opakování prvku v X , nikoliv možné navracení po výběru zpět do M . Vzhledem k tomu, že výběr kdy záleží na pořadí je nutné redukovat stejně jako u předochzího případu tj. dělit $k!$, je lepší “informačně odlišit” prvky jež mohou být duplikátem již vybraných. Označme tedy novou možinu $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j\}$ která obsahuje fiktivní prvky jež se mohou stát kopií již vybraných prvků z M . Výběr se tedy rozšířil na:

$$U = M \cup \Phi$$

$$U = \{m_1, m_2, \dots, m_n, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j\}$$

$j = k - 1$ - počet fiktivních prvků je o jeden menší, protože lze vytvořit duplikát pouze z již vybraného prvku v X . Přeznačením:

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_l\}, l = n + j$$

Počet množin X je pak stejný jako u výběru bez opakování:

$$c = \frac{l(l-1)(l-2)\dots(l-k+1)}{k!}$$

dosazením $l = n + j, j = k - 1$ dostaváme:

$$c = \frac{(n+k-1)(n+k-2)(n+k-3)\dots n}{k!}$$

Poznámka. φ mají “speciální duplikační” pravidlo: Za každý φ je možné dosadit nejvýše jeden prvek m_i . Jinak řečeno, odvozením všech X z U dostaneme všechny φ pro duklikaci jakéhokoliv m_i , proto je výsledek správný a není nutné počítat z možným odvozením dalších množin X z X které obsahovaly φ .